**Unidad 3 Álgebra**

**Propósitos:**

* Diferenciar entre variables y constantes.
* Identificar el valor numérico de una expresión algebraica con una variable.
* Señalar los elementos que comprenden las expresiones algebraicas, su uso y verificación.
* Realizar operaciones con polinomios.
* Identificar el grado de los polinomios utilizando las propiedades de los exponentes.
* Resolver ecuaciones cuadráticas.
* Aplicar la factorización en la resolución de diversos ejercicios.

**Qué debes saber de la primera unidad**

1. Identificar el valor numérico de una expresión con una variable.
2. Resolver expresiones algebraicas.
3. Verificar expresiones algebraicas.
4. Resolver operaciones con monomios.
5. Ubicar el grado de los polinomios.
6. Emplear las propiedades de los exponentes.
7. Resolver ecuaciones cuadráticas.
8. Factorizar.
9. Identificar los factores comunes de una ecuación.
10. Ubicar los binomios conjugados.
11. Realizar diferencia de cuadrados.
12. Identificar los trinomios cuadrados perfectos.

Durante esta tercera unidad has recordado algunos conceptos básicos del álgebra, tales como expresar algunas ideas mediante lenguaje algebraico, resolver operaciones aritméticas como suma, resta, multiplicación y división con polinomios, también aprendiste a resolver ecuaciones de primer y segundo grado.

Ahora te toca completar las ideas sobre los temas que has estudiado en esta tercera unidad:

**¿Qué debo saber de la tercera unidad?**

**1.-**Que el principal propósito de esta unidad es la de revisar conceptos básicos de **álgebra.**

***Instrucciones****: Selecciona la respuesta correcta de acuerdo a lo que se te señala.*

Las variables son símbolos \_\_\_\_\_\_\_\_\_ que pueden ser sustituidos por símbolos \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***Compara tus respuestas***

Las variables son símbolos sin significado que pueden ser sustituidos por símbolos significantes.

**2.- *Instrucciones****:* *Coloca en el espacio correspondiente los números,* 2, 7, 1, 15, 9, 24  *que hagan las sentencias indicadas:*

\_\_\_\_ es par corresponde a x es par: x = \_\_\_\_\_

\_\_\_\_ es un número primo, corresponde a x es un número primo: x = \_\_\_\_\_

 \_\_\_\_+ \_\_\_\_ = 2• \_\_\_\_ corresponde a x + x = 2•x, x = \_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ corresponde a x + y = z, x =\_\_ , y = \_\_\_, z = \_\_\_puede ser también

\_\_\_\_+\_\_\_\_ = \_\_\_\_ corresponde a x + y = z, x = \_\_\_\_, y =\_\_\_\_, z =\_\_\_\_

***Compara tus respuestas:***

 2

\_\_\_\_ es par corresponde a x es par: x =

 7

 7

 es un número primo, corresponde a x es un número primo: x =

 1

 1

 1

 + ∇ = 2• ∇ corresponde a x + x = 2•x, x =

 1

∇ + = corresponde a x + y = z, x = , y = , z = puede ser también

24

15

9

24

15

9

24

9

15

24

15

 9

 + = corresponde a x + y = z, x = , y = , z =

**3.-**Recuerda que diferentes huecos fungen el rol de diferentes letras. También debes recordar que uno tiende a pensar en la actividad aritmética como la realización de operaciones sobre números. *No hay una línea de separación entre el razonamiento aritmético y el algebraico,* sin embargo en álgebra se enfoca el razonamiento hacia las generalizaciones y las propiedades de las operaciones que son empleadas, mientras que la atención en la aritmética se lleva al cálculo numérico.

Hay más razonamiento ***“ si … entonces …”*** en álgebra que en aritmética***.***

El **problema 1** que sigue es típico de aritmética:

Se vendieron cien boletos para el juego de la escuela. De estos, 60 son de estudiantes y el resto de adultos. El boleto de un estudiante se vende por $50, mientras que el de adulto se vende por $75. Encuentra el total obtenido.

Se puede convertir en un problema algebraico:

**Problema 2**

 ***Si*** todos los boletos vendidos fueran de estudiantes, ***entonces*** se hubieran obtenido $5,000.00. Sin embargo, el total recibido fueron $1,000.00 más, por lo que algunos adultos debieron comprar boletos.

Dado que el boleto de un adulto se vende por $25 más que el de un estudiante, 4 boletos de adultos proporcionan $100 más que 4 de estudiante.

Para obtener $1,000.00 más se deben vender 10 x 4 boletos de adultos, por lo que se vendieron 40 boletos de adultos y 60 de estudiantes.

***Instrucciones****:* Selecciona la fórmula aritmética para el primer problema.

1. (75 x 60) + 50 x (100 – 60) = 4,500 + 50 x 40 = 4,500 + 2,000 = 6,500
2. (50 x 40) + 75 x (100 – 40) = 2,000 + 75 x 60 = 2,000 + 4,500 = 6,500
3. (50 x 60) + 75 x (100 – 60) = 3,000 + 75 x 40 = 3,000 + 3,000 = 6,000
4. (75 x 60) + 50 x (100 – 60) = 4,500 + 50 x 40 = 4,500 + 2,000 = 6,500

***Compara tus respuestas:***

1. *La fórmula aritmética es correcta, pero el precio del boleto está asignado de forma inversa, ya que $75 es para adultos, no para estudiantes, y con $50 es a la inversa.*
2. *La fórmula aritmética es correcta, pero los números de estudiantes y adultos están invertidos.*
3. *¡Correcto!, seleccionaste correctamente la fórmula aritmética.*
4. *El número de estudiantes y adultos está invertido, la fórmula aritmética es incorrecta.*

***Instrucciones****:* Selecciona una ecuación algebraica que represente el segundo problema:

1. 75 x + 50 (100 – y) = 6,500
2. 75 y + 50 (100 + y) = 6,000
3. 75 y + 50 (100 – y) = 6,000
4. 75 y + 50 (100 – y) = 6,500

***Compara tus respuestas:***

1. *La ecuación algebraica es incorrecta, ya que está manejando dos símbolos para la misma variable.*
2. *La ecuación algebraica es incorrecta, ya que la operación para obtener el número de estudiantes no es suma, sino resta.*
3. *¡Muy bien!, seleccionaste correctamente la expresión algebraica .*
4. *La ecuación algebraica es incorrecta, ya que la suma de dinero obtenida no es 6,500, sino 6,000.*

**4.-**Utilizamos la frase “razonamiento algebraico” para referirnos a formas de pensamiento que nos conduzcan a resolver problemas de este tipo. Utilizamos letras para representar las variables o incógnitas.

* Podemos usar los símbolos ***p y q*** para hablar de una pieza de pan y de un cuarto de leche, de tal manera que la expresión:

p, p, q, q, q → $42.00

Indica que dos piezas de pan y tres cuartos de leche cuestan 42 pesos.

Ahora, suponiendo que también sabemos que:

p, p, p, q, q → $33.00

Seguimos un razonamiento algebraico para resolver el costo unitario tanto de la pieza de pan como del cuarto de leche.

***Instrucciones****: Asigna lo que le corresponde a cada pregunta: $3, $9, $12, $51, $60, q*

1. ¿Qué cuesta más, un cuarto de leche o una pieza de pan?

1. ¿Qué tanto más?
2. ¿Cuál es el costo de una pieza de pan y cuatro cuartos de leche?

1. ¿Cuál es el costo de cinco cuartos de leche?

1. ¿Cuál es el costo unitario de un cuarto de leche?
2. ¿Cuál es el costo unitario de una pieza de pan?

***Compara tus respuestas:***

1. ¿Qué cuesta más, un cuarto de leche o una pieza de pan?

 9

1. ¿Qué tanto más?

 51

1. ¿Cuál es el costo de una pieza de pan y cuatro cuartos de leche?

 60

1. ¿Cuál es el costo de cinco cuartos de leche?

 12

1. ¿Cuál es el costo unitario de un cuarto de leche?
2. ¿Cuál es el costo unitario de una pieza de pan?

 3

***Instrucciones****: Siguiendo el mismo tipo de razonamiento, resuelve los siguientes problemas:*

**Problema 1**

p, p, q → $21.00

p, q → $17.50

p → x

q → y

Selecciona las opciones quede acuerdo a los anteriores datos selecciona los valores de x y y que son correctos:

* 1. x =3.50, y =14
	2. x =2.50, y =15
	3. x =2.50, y =16
	4. x =14, y =3.50

***Compara tus respuestas:***

1. *¡Muy bien!, los dos valores satisfacen ambas condiciones.*
2. *Los valores satisfacen la segunda condición pero no la primera.*
3. *Los valores satisfacen la primera condición pero no la segunda.*
4. *Aunque los valores son correctos no corresponden a las variables.*

**Problema 2**

p, p, q, q → $38.00

p, q, q, q → $48.00

q, q → s

p, q → r

p → x

q → y

Selecciona las opciones quede acuerdo a los anteriores datos selecciona los valores de x y y correctos:

1. x =29, y =19
2. x =14.50, y =4.50
3. x =10, y =20
4. x =4.50, y =14.50

***Compara tus respuestas:***

*a) Los valores corresponden a* s *y* r*, no a* x *y* y*.*

*b) Los valores son correctos, pero no corresponden a las variables.*

*c) Aún cuando los valores tienen una diferencia de 10, no son los correctos.*

*d) ¡Perfecto!, los dos valores corresponden.*

**Problema 3**

p, p, p, q, q → $41.85

p, p, q, q, q → $53.40

p, p, p, p, p, q, q, q, q, q → r

p, q → s

p → x

q → y

Selecciona las opciones quede acuerdo a los anteriores datos selecciona los valores de x y y correctos:

1. x =8.37, y =10.68
2. x =95.25, y =19.05
3. x =11.55, y =7.50
4. x =7.50, y =11.55

***Compara tus respuestas:***

1. *Los valores son un quinto de las dos primeras condiciones, pero no corresponden a los valores de las variables.*
2. *¡Muy bien!, los dos valores corresponden*
3. *Los valores corresponden a* s *y* r*, no a* x *y* y*.*
4. *Los valores son correctos, pero no corresponden a las variables.*

**Problema 4**

20 cartas son colocadas en dos pilas de tal forma que una tiene 6 más que la otra. ¿Cuántas cartas hay en cada pila?

1. x =10, y =9
2. x =11, y =5
3. x =12, y =8
4. x =13, y =7

***Compara tus respuestas:***

1. *Los valores dados suman 19, no 20.*
2. *Los valores tienen una diferencia de 6 pero suman 16, no 20.*
3. *Los valores suman 20, pero no hay una diferencia de 6.*
4. *¡Correcto! Los valores suman 20 y hay una diferencia de 6*

**Problema 5**

Hay 32 animales en un corral: gallinas y puercos, con un total de 84 patas. ¿cuántas gallinas hay?

1. x =16, y =16
2. x =18, y =14
3. x =13, y =19
4. x =10, y =22

***Compara tus respuestas:***

1. *Los valores dados suman 32, pero el número de patas es 96, no 84.*
2. *Los valores dados suman 32, pero el número de patas es 100, no 84.*
3. *Los valores dados suman 32, pero el número de patas es 90, no 84.*
4. *¡Muy bien!, Los valores suman 32 y un total de 84 patas.*

**Problema 5**

Un anillo y un reloj costaron $1,400.00. El reloj costó $400.00 más que el anillo. ¿Cuánto costó cada uno?

1. x =1,000, y =400
2. x =900, y =500
3. x =1,100, y =300
4. x =1,200, y =200

***Compara tus respuestas:***

1. *Los valores dados suman 1,400, pero la diferencia entre ambos no es de 400, es 600.*
2. *¡Muy bien!, los valores suman 1,400 y su diferencia es 400.*
3. *Los valores dados suman 1,400, pero la diferencia entre ambos no es de 400, es 800.*
4. *Los valores dados suman 1,400, pero la diferencia entre ambos no es de 400, es 1,000.*

**Problema 6**

José es cuatro años mayor que Daniel. En cinco años la suma de sus edades será de 32. ¿Cuál es la edad de cada uno?

1. x =9, y =5
2. x =10, y =6
3. x =12, y =8
4. x =13, y =9

***Compara tus respuestas:***

1. *En efecto, la diferencia es de 4, pero en cinco años sus edades sumarán 24, no 32.*
2. *En efecto, la diferencia es de 4, pero en cinco años sus edades sumarán 26, no 32.*
3. *En efecto, la diferencia es de 4, pero en cinco años sus edades sumarán 30, no 32.*
4. *¡Muy bien!, sus edades tienen una diferencia de 4 y en cinco años sumarán 32.*

**Problema 7**

Un número es dos veces más grande que otro. También es 7 más que el otro. Determina los números.

1. x =11, y =4
2. x =12, y =5
3. x =13, y =6
4. x =14, y =7

***Compara tus respuestas:***

1. *En efecto, la diferencia es de 7, pero el doble del más pequeño es 8, no 11.*
2. *En efecto, la diferencia es de 7, pero el doble del más pequeño es 10, no 12.*
3. *En efecto, la diferencia es de 7, pero el doble del más pequeño es 12, no 13.*
4. *¡Muy bien!, la diferencia es 7 y uno es el doble del otro.*

**Problema 8**

***Si*** x + 5 = 8 ***entonces*** x = a

1. x = 0
2. x = -5
3. x = 3
4. x = 1/5

***Compara tus respuestas:***

* + 1. *Incorrecto, al sumar a un número el idéntico bajo la suma, es decir, cero, se obtiene el número.*
		2. *Incorrecto, al sumar a un número su inverso bajo la suma se obtiene cero.*
		3. *¡Correcto!, al sumar 3 a 5 se obtiene 8.*
		4. *Incorrecto, al sumar el inverso bajo la multiplicación de 5 no se obtiene 8.*

***Ecuaciones cuadráticas***

***¿Qué debes recordar antes de iniciar con el tema de ecuaciones cuadráticas?***

Comenzaremos por recordar que el término *ecuación* se utiliza para representar una *expresión algebraica* que consta de dos miembros separados por un signo de igualdad y puede ser que uno o ambos miembros de la ecuación tengan al menos una variable o letra, que también se le conoce como *incógnita*.

Ejemplo de una *ecuación*

4x – 3 = 5

Signo de igualdad

2do miembro igualdad

1er miembro igualdad

Variable o Incógnita

La igualdad de la ecuación sólo se cumple para **x = 2**, ya que si sustituimos dicho valor de x en la ecuación quedará: 5 = 5. Por lo tanto decimos que x = 2 es la solución de la ecuación dada.

A este tipo de ecuaciones se les conoce como *lineales* o de *primer grado*, ya que sus variables están elevadas a la primera potencia.

***Nota:*** *Pudiéramos decir que la variable x “No” está elevada a ninguna potencia, ya que no hay ningún número que evidencie la potencia de la variable. Pero cuando tenemos la variable sola se entiende que está elevada a la primera potencia y esta es una notación matemática aceptable.*

4x – 3 = 5

4x**1** – 3 = 5

*Por lo tanto, es lo mismo tener la ecuación a la ecuación y ambas son ecuaciones de primer grado.*

Cuando tenemos que resolver ecuaciones de *primer grado* la técnica a utilizar para su solución es el *despeje*.

Las *ecuaciones cuadráticas* están caracterizadas por tener una de sus variables elevada al cuadrado (x2), de ahí su nombre. También se le conocen como ecuaciones de *segundo grado*. La ecuación cuadrática tienen la siguiente forma: ax2 + bx + c = 0, donde las letras *a*, *b*, *c* son las constantes de la *ecuación cuadrática* y siempre debe cumplirse que la constante *a* sea diferente a cero.

Ejemplo de una *ecuación cuadrática*:

Constante *b*

2x2 - 7x + 3 = 0

Constante *a*

*Diferente a 0*

Constante *c*

Variable *x* elevada al cuadrado

Nota: *En este tipo de ecuaciones no es posible despejar fácilmente la variable x, por lo tanto se requiere de un procedimiento conocido como la fórmula general para poder encontrar el valor de la variable.*

La *fórmula general* es el método que funciona para cualquier tipo de ecuación cuadrática y tiene la siguiente notación.

x = -b ± √ b2 – 4ac

2a

Para resolver la *ecuación cuadrática* del ejemplo utilizando la *fórmula general* seguiremos los siguientes pasos.

**2x2 - 7x + 3 =** 0

**Paso 1.** Sustituir los valores de las constantes de la ecuación en la *fórmula general*, respetando las posiciones de las constantes que indica la fórmula general.

**x = -(-7) ± √-72 – 4(2)(3)**

**2(2)**

**Paso 2.** Realizar las operaciones correspondientes, recuerda que debes respetar la jerarquía de operadores y las leyes de los signos, esto es:

1. Eleva al cuadrado el número siete y haz las multiplicaciones de los paréntesis.

x = 7 ± √ 49 - 24

4

1. Resta los números que están dentro de la raíz cuadrada.

**x = 7 ± √25**

 **4**

1. Aplica la raíz cuadrada al número 25.

x = 7 ± 5

 4

**Paso 3.** La fórmula general genera dos respuestas, ya que se deben de realizar dos operaciones (sumar y restar), estas dos respuestas se deben diferenciar con un subíndice en la variable *x*, resultando de la siguiente forma:

X1 = 7 + 5

 4

X2 = 7 - 5

 4

X1 = 12

 4

X2 = 2

 4

**X2 = 0.5**

**X1 = 3**

Los dos valores encontrados para la variable (x1 y x2) deben de satisfacer la igualdad de la *ecuación cuadrática.* La forma de saber si satisfacen la igualdad es sustituyendo estos valores en la ecuación, esto es:

***Cuando x1= 3***

18– 21 + 3 = 0

2(3)2 – 7(3) + 3 = 0

-3 + 3 = 0 “Si se cumple la igualdad”

***Cuando x2= 0.5***

0.5– 3.5 + 3 = 0

2(0.5)2 – 7(0.5) + 3 = 0

-3 + 3 = 0 “Si se cumple la igualdad”

Cuando tenemos que resolver *ecuaciones cuadráticas* de la forma: ax2 + bx + c = 0, la técnica a utilizar es la *fórmula general*.

Cuando tenemos *ecuaciones cuadráticas* de la forma: ax2 + b= 0, se deben utilizar las propiedades del *inverso aditivo* e *inverso multiplicativo*, las cuales se aplican para despejar la variable x y encontrar sus valores, el cual uno es positivo (+) y el otro negativo (-).

* *Inverso aditivo*. Lo que está sumando (signo +) pasa al otro lado de la igualdad restando (signo -) y viceversa.
* *Inverso multiplicativo*. Lo que esta multiplicado pasa al otro lado de la igualdad dividiendo y viceversa. Cuando se aplica esta propiedad los signos no cambian, se mantienen igual.

***Ejemplo:***

**3x2 - 1875 = 0**

Paso 1. Aplicar la propiedad del *inverso aditivo*.

**3x2 = 1875**

Paso 2. Aplicar la propiedad del *inverso multiplicativo*.

**x2 = 1875/3**

Paso 3. Hacer la división.

**x2 = 625**

Paso 4. Para quitarle el exponente dos a la variable *x* es necesario aplicarle raíz cuadrada (si tuviera un exponente tres habría que aplicar raíz cúbica) a los dos miembros (izquierdo y derecho) de la igualdad y así poder despejar la variable *x*.

**√x2 = √625**

Paso 5. Resultando los valores de *x*.

**x = ± 25**

**x1 = 25**

**x2 = -25**

Paso 5. Sustituir los valores de *x*, para ver si satisface la igualdad.

*Cuando x1= 25*

1875- 1875 = 0 “Si se cumple la igualdad”

3(25)2 - 1875 = 0

***Cuando x1= -25***

1875- 1875 = 0 “Si se cumple la igualdad”

3(-25)2 - 1875 = 0

***Instrucciones:*** Selecciona las respuestas correctas para completar los siguientes enunciados.

**Opciones:** *Segundo grado, ecuación, segunda potencia, igualdad, variables, fórmula general, constantes, 0, 2, ax2 + b= 0*

Las ecuaciones cuadráticas también se le conocen como ecuaciones de\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_y la forma de identificarlas es porque una de sus \_\_\_\_\_\_\_\_\_ esta elevada a la \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. Con ayuda de la \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_es posible resolver este tipo de ecuaciones, sólo hay que sustituir las \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ de la fórmula por los valores de la ecuación a resolver y cuidar que\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_el valor que se sustituirá por la constante “a” en la formula general sea diferente a\_\_\_\_\_\_\_\_\_. La fórmula general genera \_\_\_\_\_\_\_\_respuestas y si dichos valores encontrados satisfacen la \_\_\_\_\_\_\_\_de la \_\_\_\_\_\_podemos decir que hemos encontrado la solución. Se aplican las propiedades de inverso aditivo y multiplicativo cuando la ecuación cuadrática tiene la forma \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***Compara tus respuestas:***

segundo grado

Las ecuaciones cuadráticas también se le conocen como ecuaciones de y la forma de identificarlas es porque una de sus esta elevada a la . Con ayuda de la es posible resolver este tipo de ecuaciones, sólo hay que sustituir las de la fórmula por los valores de la ecuación a resolver y cuidar que el valor que se sustituirá por la constante “a” en la formula general sea diferente a . La fórmula general genera respuestas y si dichos valores encontrados satisfacen la de la podemos decir que hemos encontrado la solución. Se aplican las propiedades de inverso aditivo y multiplicativo cuando la ecuación cuadrática tiene la forma

ax2 + b= 0

constantes

variables

ecuación

igualdad

2

0

fórmula general

segunda potencia

***Ejercicios con respuestas múltiples.***

***Instrucciones:*** *Resuelve correctamente cada una de las siguientes ecuaciones y selecciona el resultado.*

**1.- 6x2 −5x +1 = 0**

La respuesta correcta es la opción **“c”**, al aplicar la fórmula general tenemos x = -(-5) ± √-52 – 4(6)(1) => 5±√25– 24

 2(6) 12

5±√1 => 5±1 x1 = 6/12 = **0.5**

 12 12 x2 = 4/12 = **0.33**

5±√1

1. x1= -0.33 x2= -0.5
2. x1= 1 x2= -0.16
3. **x1= 0.5 x2= 0.33**
4. x1= -0.14 x2= 1.34

***Compara tus respuestas:***

2.**- 4x2 −6x +2 = 0**

1. x1= 0.5 x2= -1
2. **x1= 1 x2= 0.5**
3. x1= 1.78 x2= -0.28
4. x1= -0.33 x2= 1

***Compara tus respuestas:***

La respuesta correcta es la opción **“b”**, al aplicar la fórmula general tenemos x = -(-6) ± √-62 – 4(4)(2) => 6±√36– 32

 2(4) 8

6±√4 => 6±2 x1 = 8/8 = **1**

 8 8 x2 = 4/8 = **0.5**

5±√1

**3.¿Cuál de las siguientes opciones tiene el par de variables que satisfacen la siguiente igualdad: 2x2 - 1800 = 0?**

1. x1= 90 x2= -90
2. x1= 20 x2= -20
3. x1= -900 x2= 900
4. **x1= 30 x2= -30**

***Compara tus respuestas:***

La respuesta correcta es la opción **“d”**, al sustituir x1 y x2 en la ecuación tenemos:

Cuando x1=30 Cuando x2=-30

 2(30)2-1800= 0 2(-30)2-1800= 0

2(90)-1800= 0 2(90)-1800= 0

1800-1800= 0 1800-1800= 0

5±√1

***Productos notables y factorización.***

***¿Qué debes recordar antes de iniciar con el tema de productos notables y factorización?***

Debes recordar que un *monomio* es una expresión algebraica en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones. Las únicas operaciones que aparecen entre las letras son el producto y la potencia de exponente natural, siendo más estrictos un *monomio* está compuesto por una serie de elementos, que a continuación se explican.

Ejemplo de un *monomio* y sus elementos:

Coeficiente

Literal

-8 x3

Signo

Grado

* *Producto y potencia son las operaciones permitidas*

Con lo anterior es que ahora podemos decir que un *polinomio* es la suma de varios *monomios*.

Ejemplo de un *polinomio*:

2do Monomio

-8x4y3 + 2x2 y + 3y2

3er Monomio

1er Monomio

***Productos notables y factorización.***

Los *productos notables* son expresiones algebraicas y su aplicación simplifica la multiplicación de *polinomios*. El término *factorización* se usa en las matemáticas para identificar los elementos comunes que comparten un conjunto de variables.

También se pueden factorizar los coeficientes (los números positivos o negativos de la expresión algebraica), si encontramos un número que sea múltiplo de los otros coeficientes, por ejemplo:

-2x4y3 + 4x2y + 12xy2  = 2x (-x3y3+2xy+6y2)

***Verificando:***

Cuando multiplicas dos variables iguales recuerda que los exponentes de cada una de variables se deben sumar. Por ejemplo, (x2) ax3 = ax5

2x(-x3y3) = **-2x4y3**

2x(2xy) = **4x2y**

2x(6y2) = **12xy2**

Con lo descrito anteriormente es que ahora podemos explicar que a cada *producto notable* le corresponde una fórmula de *factorización*. A continuación se explican los principales.

* **Factor común**. Es el resultado de multiplicar un binomio *(a+b)* con un término *c*, esto es, *(a+b)c =* ***ac + bc***. Por ejemplo:

(2a + 3b) 4a = **8a2 + 12ab**

* **Binomio al cuadrado ó cuadrado de un binomio**. Como su nombre lo dice, hay que elevar un binomio al cuadrado (multiplicarlo por sí mismo), esto es, (a+b)2 = (a+b)(a+b)= ***a2+2ab+b2*** . Por ejemplo:

(2a+4b)2 = (2a+4b)( 2a+4b) = ***4a2+8ab+8ab+16b2***

Simplificando términos: ***4a2+16ab+16b2***

Nota: *El resultado es un trinomio cuadrado perfecto, dado que en la expresión resultante está conformada por tres monomios y el nombre de cuadrado perfecto se obtiene del análisis de un cuadrado (raíz cuadrada exacta).*

Otra forma de resolverlo es aplicando la siguiente regla.

El *cuadrado de un binomio* es igual al cuadrado del primer término: (2a)2 = **4a2 +**; más el doble producto de ambos términos 2(2a)(4b)= **16ab +**; más el cuadrado del segundo término (4b)2 = **16b2**; resultando = ***4a2+16ab+16b2***

cuadrado del primer término más el doble producto de ambos términos más el cuadrado del segundo término.

* **Binomios conjugados.** Se le conoce como *binomios conjugados* al producto de la suma de dos números por sus diferencias, esto es, que tienen los mismos términos pero con un signo contrario. El resultado de un *binomio conjugado* es una *diferencia de cuadrados*, por ejemplo:

Signo contrario

* *Diferencia de cuadrados*

Binomio 1

(a+b) (a-b) = **a2-b2**

Binomio 2

Mismos términos (a y b) en los binomios 1 y 2, sólo que el binomio 2 tiene signo negativo (-). Por ejemplo:

(3a+6b)(3a-6b) = 9a2-18ab+18ab-36b2

Simplificando términos: ***9a2-36b2***

***Ejercicios***

***Instrucciones:*** Selecciona y arrastra las respuestas correctas para completar los siguientes enunciados.

***Opciones:*** *Monomios, multiplicación, signo, Polinomios, literal, productos notables, factorizar, suman, trinomio, binomio.*

Un binomio está formado por dos \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ y cuando en una expresión algebraica hay más de tres monomios se le conoce como\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. Un monomio está compuesto por un coeficiente con \_\_\_\_\_\_\_ y una \_\_\_\_\_\_\_que ésta elevada a una potencia. Los \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_son expresiones algebraicas y su aplicación simplifica la\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_de polinomios. Cuando se necesita \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ una expresión algebraica y se multiplican dos variables iguales los exponentes de cada variable se \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. Un \_\_\_\_\_\_\_\_cuadrado perfecto es el resultado de elevar al cuadrado un \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

***Compara tus respuestas:***

Un binomio está formado por dos y cuando en una expresión algebraica hay más de tres monomios se le conoce como . Un monomio está compuesto por un coeficiente con y una que ésta elevada a una potencia. Los son expresiones algebraicas y su aplicación simplifica la de polinomios.

multiplicación

productos notables

literal

signo

polinomio

monomios

Cuando se necesita una expresión algebraica y se multiplican dos variables iguales los exponentes de cada variable se . Un cuadrado perfecto es el resultado de elevar al cuadrado un .

binomio

binomio

suman

factorizar

***Instrucciones:*** *Resuelve correctamente cada una de las siguientes ecuaciones y selecciona el resultado.*

**1.-**Factoriza la siguiente expresión algebraica.

**3x4y16 - 12x16y12 + 24x24y10**

1. **3x4y10(y6-4x12y2+8x20)**
2. 3xy (x4y16-4x16y12+8x24 y10)
3. x4y10(y6+4x12y2-8x20)
4. -3x4y10(y6-4x12y2+8x20)

***Compara tus respuestas:***

La respuesta correcta es la opción **“a”**, ya que el factor común de la expresión algebraica es **3x4y10** , que al multiplicarlo con los múltiplos de los demás coeficientes **(y6-4x12y2+8x20)**, resulta: **3x4y16 - 12x16y12 + 24x24y10**

*Nota: cuando se multiplican variables iguales, los exponentes se suman.*

**2.-**Calcula el cuadrado del siguiente binomio: **(5x3 + 10y2)**

1. 25x3+ 100x3y2 +100y2
2. 25x6+ 100x6y4 +100y4
3. (5x3+10y2)( 5x3+10y2)
4. **25x6+ 100x3y2 +100y4**

***Compara tus respuestas:***

La respuesta correcta es la opción **“d”**, aplicando la regla nos dice que el *cuadrado de un binomio* es igual al cuadrado del primer término: (5x3)2 = **25x6 +**; más el doble producto de ambos términos 2(5x3)(10y2)= **100x3y2**; más el cuadrado del segundo término (10y2)2 = **100y4**; resultando: ***25x6+100x3y2+100y4***

*Nota: cuando se multiplican variables iguales, los exponentes se suman.*

**3.-**Factoriza el siguiente trinomio **x2-4x-12**

1. (x-2)(x+6)
2. (x+2)(x+6)
3. **(x+2)(x-6)**
4. (x-2)(x-6)

***Compara tus respuestas:***

La respuesta correcta es la opción **“c”**, ya que necesitamos de dos números que al sumarse resulte **-4** y que al multiplicarse resulte **-12**, y estos números son el **2** y **-6.**

* Sumando: 2-6 = **-4**
* Multiplicando: (2)(-6) = **-12**

Por lo tantoel trinomio **x2-4x-12** es igual a **(x+2)(x-6)**